

Предмет: Алгебра и начала анализа, 11 класс.

Тема урока: Производная.

Цели и задачи урока:

- Продолжить формирование понятия производной;
- повторить нахождение производных с использованием формул и правил дифференцирования;
- Проверить уровень усвоения знаний учащихся дифференцированной самостоятельной работой

Этапы урока:

- Повторение правил дифференцирования
- Устный счет
- Решение задач
- Дифференцированная самостоятельная работа
- Подведение итогов урока
- Домашнее задание

I Повторение:

Что мы сегодня повторим:

- Правила дифференцирования
- Производная сложной функции
- Таблица производных

1. Правила дифференцирования:

$$(u + v)' = u' + v'$$

$$(uv)' = u'v + uv'$$

$$(c \times u)' = c \times u', \text{ где } c - \text{const}$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$

2. Таблица производных:

$$(x^n)' = n \times x^{n-1}$$

$$c' = 0, x' = 1$$

$$(ax + b)' = a$$

$$\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$$

$$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$(e^x)' = e^x$$

$$(a^x)' = a^x \ln a$$

$$(\ln a)' = \frac{1}{x}$$

$$(\log_a x)' = \frac{1}{x \times \ln a}$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$$

$$(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$(\arccos x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$(\operatorname{arctg} x)' = \frac{1}{1+x^2}$$

$$(\operatorname{arcctg} x)' = \frac{-1}{1+x^2}$$

3. Производная сложной функции:

$y = f(u(x))$ – сложная функция

f – внешняя функция,

u – промежуточная функция

$$[f(u(x))]' = f'(u) \times u'(x)$$

Производная от "сложной" функции =
 произведению производной от внешней
 функции по промежуточной на
 производную промежуточной по основной

II. Устный счет:

Найдите производную функций:

1) $x^7 - 3x^2 - x + 5$;

2) $2x^{10} - x^8 + 3x^3$;

3) $\frac{1}{x^2} + 3x^4$;

4) $7x^5 + 2\sqrt{x}$;

5) $\sin 3x$;

6) $\cos 2x$;

7) $\operatorname{tg} 2x$;

8) $\operatorname{ctg} 5x$;

9) $\sin (-2x)$;

10) $\cos (-3x)$;

11) $\operatorname{tg} (-3x)$;

12) $-\operatorname{ctg} (-2x)$.

III. Решение задач:

1. Найдите производную частного:

а) $\frac{1+2x}{3-5x}$; б) $\frac{3x-2}{5x+8}$; в) $\frac{3x-2}{4-6x}$; г) $\frac{1-7x}{1-9x}$.

2. Найдите производную произведения:

а) $(x+1) \times \sqrt{x}$;

б) $(2x-1) \times \sqrt{x}$;

в) $5xe^x$;

г) $e^x \times \cos x$.

3. Найдите значение x , при которых производная функции равна нулю:

а) $f(x) = 2x^3 - x^2$;

б) $f(x) = (x+3)^3 (x-4)^2$;

в) $f(x) = x^2 + \frac{2}{x}$.

IV Дифференцированная самостоятельная работа в трех уровнях:

Название уровня	Количество заданий	Максимальное количество баллов
Вариант А	8	16
Вариант В	8	24
Вариант С	8	32

Критерии оценивания:

Оценка	Вариант А	Вариант Б	Вариант В
5	16 баллов	24 баллов	32 баллов
4	12 балла	18 баллов	24 баллов
3	6 балла	9 баллов	12 баллов
2	<6 баллов	<9 баллов	<12 баллов

Вариант А1**Вариант А2**

1. Найдите производные функций:

а) $f(x) = x^4 - \frac{1}{x}$;

б) $f(x) = x \ln x$.

а) $f(x) = 2x^5 + \frac{2}{x}$;

б) $f(x) = xe^x$.

2. Найдите $f'(x_0)$, если:

а) $f(x) = (3x+1)^5, x_0 = 0$;

б) $f(x) = \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right), x_0 = \frac{\pi}{2}$;

в) $f(x) = \sqrt{2x+5}, x_0 = -1$;

г) $f(x) = \cos \frac{x}{2}, x_0 = \frac{\pi}{2}$.

а) $f(x) = (5x-4)^6, x_0 = 1$;

б) $f(x) = \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right), x_0 = \frac{\pi}{2}$;

в) $f(x) = \sqrt{x+3}, x_0 = -2$;

г) $f(x) = \sin \frac{2x}{3}, x_0 = \frac{\pi}{2}$.

3. Решите уравнение $f'(x)=0$, если:

а) $f(x) = x^2 - 2x + 5$;

б) $f(x) = \ln(x+1) - 2x$.

а) $f(x) = x^2 - 6x + 7$;

б) $f(x) = 2\ln(x+3) - x$.

Вариант Б1**Вариант Б2**

1. Найдите производные функций:

а) $f(x) = 2x^5 - \frac{4}{x^2}$;

б) $f(x) = (2\sqrt{x} + 1) \times x^3$.

а) $f(x) = 3x^4 + \frac{2}{x^3}$;

б) $f(x) = (3\sqrt{x} - 2) \times x^2$.

2. Найдите $F'(x_0)$, если:

а) $f(x) = (4x+3)^6, x_0 = -1$;

б) $f(x) = 2 - 2\cos x, x_0 = \frac{\pi}{6}$;

в) $f(x) = \sqrt{x^2 - 8}, x_0 = 3$;

г) $f(x) = \frac{1}{2} \sin 2x, x_0 = \frac{\pi}{8}$.

а) $f(x) = (3x-2)^5, x_0 = 1$;

б) $f(x) = 4\sin x - x, x_0 = \frac{\pi}{3}$;

в) $f(x) = \sqrt{5-x}, x_0 = -2$;

г) $f(x) = \frac{1}{4} \cos 4x, x_0 = \frac{\pi}{16}$.

3. Решите уравнение $f'(x)=0$, если:

$$a) f(x) = \frac{x^2 - 3}{x + 2};$$

$$a) f(x) = \frac{x^2 + 5}{x - 2};$$

$$б) f(x) = 4x + \frac{1}{x} - \sqrt{5}.$$

$$б) f(x) = -\frac{1}{x} - 9x + \sqrt{2}.$$

Вариант С1

Вариант С2

1. Найдите производные функций:

$$a) f(x) = x\sqrt{x} - 8x^3;$$

$$a) f(x) = 3x^5 + x^2\sqrt{x};$$

$$б) f(x) = \left(3 - \frac{4}{x^4}\right)(x^2 + 1).$$

$$б) f(x) = \left(2 + \frac{3}{x^3}\right)(x - 1).$$

2. Найдите $F'(x_0)$, если:

$$a) f(x) = (3x - 5)^3 + \frac{1}{(3 - x)^2}, x_0 = 2;$$

$$a) f(x) = -(1 - x)^3 + \frac{1}{(2x + 7)^4}, x_0 = -3;$$

$$б) f(x) = \sin 3x - \operatorname{tg} x, x_0 = 0;$$

$$б) f(x) = \cos 4x + \operatorname{ctg} x, x_0 = \frac{\pi}{2};$$

$$в) f(x) = \sqrt{5 - 4x - x^2}, x_0 = -2;$$

$$в) f(x) = \sqrt{x^2 - 8x + 12}, x_0 = 4;$$

$$г) f(x) = x^2 \cos\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}\right), x_0 = \frac{\pi}{2}.$$

$$г) f(x) = x \sin\left(\frac{x}{3} + \frac{\pi}{6}\right), x_0 = \pi.$$

3. Решите уравнение $f'(x)=0$, если:

$$a) f'(x) = f'(-2),$$

$$a) f'(x) = f'(6),$$

$$\text{если } f(x) = \frac{x^2 + 3x}{x + 4}.$$

$$\text{если } f(x) = \frac{x^2 - 3x}{x - 4}.$$

$$б) f'(x) = f(x) - 2x,$$

$$б) x \times f'(x) = f(x) + 4,$$

$$\text{если } f(x) = 2x + \frac{1}{x}.$$

$$\text{если } f(x) = x - \frac{1}{x}.$$

V Подведение итогов урока. Выставление оценок за работу на уроке.

VI Домашнее задание:

1. Пользуясь определением, найдите производную функции $f(x)$ в точке x_0 :

а) $f(x) = \frac{x^2}{4} - x$, $x_0 = 2$;

б) $f(x) = \frac{2}{x} + 1$, $x_0 = -1$.

2. Найдите производные функций:

а) $f(x) = x\sqrt{x} - 8x^2$;

б) $f(x) = (3 - \frac{4}{x^4})(x^2 + 1)$.

3. Составьте и решите уравнение:

$$f'(x) = f'(-2), \quad \text{если} \quad f(x) = \frac{x^2 + 3x}{x + 4}.$$

4. Составьте и решите неравенство:

$$f(x) \times f'(x) \geq 0, \quad \text{если:}$$

а) $f(x) = x^2 - 2x - 3$.

Литература:

1. Алгебра и начала анализа. 11 класс: Учеб. для общеобразоват. учреждений/[Ю.М. Колягин, Ю.В. Сидоров, М.В. Ткачёва, Н.Е. Фёдорова и М.И. Шабунин]. – М.: Мнемозина, 2002.- 240с.
2. Ершова А.П. Самостоятельные и контрольные работы по алгебре и началам анализа для 10-11 классов.[А.П.Ершова, В.В. Голобородько]. – М.: Илекса, 2005.
3. Ивлев Б.М. и др. Дидактические материалы по алгебре и началам анализа для 11 класса./ [Б.М. Ивлев, С.М. Саакян, С.И. Шварцбург]. – М.: Просвещение, 2003. – 192 с.
4. Дьячков А.К. Единый государственный экзамен. Математика: Справочные материалы, контрольно-тренировочные упражнения, задачи с развернутым ответом; в 2-х частях.[Текст] / [А.К.Дьячков, Н.И. Иконникова, Е.В. Морозова, В.М.Казак], под общ. ред. А.К.Дьячкова. – Челябинск: Взгляд, 2006.

Симатова М.Ю.,
учитель высшей категории
МОУ СОШ №12
г. Челябинска